

# Istituzioni di Fisica Teorica

13 Luglio 2016

Risolvere solo **due** dei seguenti esercizi. La valutazione sarà comunque effettuata al meglio di due esercizi su tre.

- 1) In un atomo di idrogeno, l'elettrone si trova nello stato descritto dalla seguente funzione d'onda in coordinate sferiche

$$\Psi(r, \theta, \phi) = \left[ e^{-i\phi} - r/a_0 + \cos^2 \phi \right] e^{-r/a_0}$$

dove  $a_0$  è il raggio di Bohr. Quali sono i possibili valori di una misura della componente  $L_Z$  del momento angolare? Calcolare la probabilità che una misura dell'energia fornisca un valore  $E > -10$  eV.

- 2) Un oscillatore armonico unidimensionale di massa  $m$  e frequenza  $\omega$  è perturbato dal termine aggiuntivo di energia potenziale  $V(x, t)$ , dipendente dal tempo  $t$ ,

$$V(x, t) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 e^{-t^2/\tau^2}.$$

Dire se l'Hamiltoniano totale commuta a tempi diversi e calcolare il commutatore  $[\hat{H}(t_1), \hat{H}(t_2)]$ . Sapendo che inizialmente, per  $t \rightarrow -\infty$ , l'oscillatore si trovava nel suo stato fondamentale, determinare le probabilità che per  $t \rightarrow +\infty$  l'oscillatore venga rilevato nel primo e nel secondo stato eccitato. Studiare tali probabilità al variare del parametro  $\tau$  e dire se sono sempre sufficientemente piccole da giustificare l'uso della teoria perturbativa.

- 3) Una particella unidimensionale di massa  $m$  è soggetta al potenziale

$$V(x) = -V_0 \delta(x)$$

con  $V_0 > 0$ . Se esistono stati legati, determinare l'energia dello stato fondamentale e la corrispondente funzione d'onda. Confrontare poi il risultato esatto con la stima variazionale che si ottiene utilizzando, come stato di prova, lo stato fondamentale di un oscillatore armonico.