

Istituzioni di Fisica Teorica

11 Settembre 2018

Risolvere almeno **tre** dei seguenti esercizi.

- 1) Calcolare esplicitamente il commutatore tra energia cinetica e potenziale di un oscillatore armonico unidimensionale.
- 2) Calcolare, all'ordine più basso in cui non è nulla, la correzione perturbativa dell'energia dello stato fondamentale di un oscillatore armonico tridimensionale isotropo nel campo gravitazionale sulla superficie terrestre.
- 3) Una particella si trova nello stato descritto dalla funzione d'onda

$$\Psi(r, \theta, \phi) = [Y_{1,0}(\theta, \phi) + Y_{1,-1}(\theta, \phi)] e^{i\phi} R(r)$$

in coordinate sferiche, avendo indicato con $Y_{\ell,m}$ le armoniche sferiche e con $R(r)$ una generica funzione radiale. Calcolare la probabilità che la particella sia rilevata nell'autostato del momento angolare con $\ell = 0$.

- 4) Dimostrare che le seguenti forme del potenziale vettore \vec{A} sono equivalenti:

$$\begin{aligned}\vec{A}_1 &= (0, -xM, 0) \\ \vec{A}_2 &= \left(\frac{1}{2}yM, -\frac{1}{2}xM, 0\right) \\ \vec{A}_3 &= (yM, 0, 0)\end{aligned}$$

avendo indicato con x, y, z le coordinate cartesiane e con M un parametro costante. Che significato fisico ha la costante M ? Se una particella, soggetta al potenziale \vec{A}_1 , è descritta da un'onda piana, che forma assume la funzione d'onda della stessa particella usando le forme equivalenti \vec{A}_2 ed \vec{A}_3 ?

- 5) Lo stato fondamentale di un oscillatore armonico unidimensionale è soggetto all'ulteriore potenziale

$$V(x) = V_0 e^{-\frac{2x}{a}}, \quad a = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$

Calcolare la media quantistica dell'accelerazione istantanea e confrontare il risultato con l'accelerazione istantanea classica di una particella in $x = 0$.

- 6) Un atomo idrogenoide con carica $Z = 2$ si trova nello stato fondamentale. Calcolare la probabilità che l'elettrone sia all'interno del nucleo, assumendo che il raggio nucleare sia $R_N \approx 10^{-15}$ m.