Istituzioni di Fisica Teorica

7 Ottobre 2020

Risolvere i seguenti esercizi. La corretta risoluzione di almeno due esercizi è condizione necessaria per il superamento della prova. La prova si considera superata a pieni voti se sono risolti correttamente almeno tre esercizi.

1) Un atomo di idrogeno si trova nello stato

$$|\Psi\rangle = |3,2,1\rangle + 2e^{i\alpha}|3,2,0\rangle.$$

dove $|n,\ell,m\rangle$ sono gli autostati simultanei dell'energia, del quadrato del momento angolare L^2 e della componente L_Z del momento angolare. L'angolo α è un parametro reale noto. Dopo aver determinato i possibili valori di una misura di L^2 ed L_Z, calcolare i valori medi di L_Z e di L_X. Determinare (se esiste) un angolo ϕ di rotazione intorno all'asse Z tale che nel riferimento ruotato risulti nullo il valore medio di L_X.

2) Un oscillatore armonico unidimensionale si trova al tempo $t = 0$ nello stato

$$|\Psi(0)\rangle = |3\rangle + i\,|4\rangle + |5\rangle$$

dove $|n\rangle$ è il generico autostato dell'Hamiltoniano con autovalore E_n ed $n = 0, 1, 2 \ldots$. Calcolare al tempo $t > 0$ il valore medio dell'impulso. Senza fare calcoli aggiuntivi, dedurre il valore medio della posizione allo stesso tempo.

3) Una particella unidimensionale, soggetta al potenziale $V(x)$, si trova nello stato fondamentale di cui è nota la funzione d'onda

$$\Psi_0(x) = e^{-\lambda x^4}.$$

Determinare il potenziale $V(x)$ e l'energia E_0 dello stato, misurata rispetto al valore che il potenziale assume nel punto $x = 0$. Discutere le prinicipali differenze tra la dinamica classica e quella quantistica in $V(x)$, a parità di energia $E = E_0$.

4) Una particella è vincolata a muoversi all'interno del segmento $0 < x < L$ (il potenziale è nullo all'interno del segmento e infinito all'esterno). Calcolare l'energia media sapendo che lo stato della particella è descritto con buona approssimazione dalla funzione d'onda

$$\Psi(x) = \begin{cases} x, & \text{per } 0 < x < L/2 \\ L - x, & \text{per } L/2 < x < L. \end{cases}$$