

# Istituzioni di Fisica Teorica

1 Febbraio 2017

Risolvere solo **due** dei seguenti esercizi. La valutazione verrà comunque effettuata al meglio di due esercizi su tre

- 1) Un oscillatore armonico unidimensionale si trova in un generico stato Gaussiano, con funzione d'onda Gaussiana diversa da quella dello stato fondamentale e caratterizzata dai valori medi  $\langle \hat{x} \rangle = 0$ ,  $\langle \hat{p} \rangle = 0$  e  $\langle \hat{x}^2 \rangle = a^2$ . Calcolare il valore medio di energia potenziale ed energia cinetica (senza fare uso delle relazioni di indeterminazione). Utilizzare poi il risultato per verificare che il prodotto delle indeterminazioni di posizione e impulso è minimo in tale stato.
- 2) Una particella unidimensionale libera (non soggetta ad alcun potenziale) si trova nello stato iniziale  $|\Psi\rangle$  al tempo  $t = 0$ . Si denoti con  $\hat{H}$  l'Hamiltoniano e con  $\hat{A}$  la seguente funzione della posizione  $\hat{x}$  e dell'impulso  $\hat{p}$ :

$$\hat{A} = \frac{1}{2} [\hat{x} \hat{p} + \hat{p} \hat{x}].$$

Sapendo che i valori medi in  $|\Psi\rangle$  sono  $\langle \hat{A} \rangle = a$  e  $\langle \hat{H} \rangle = E$ , calcolare il valore medio di  $\hat{A}$  al generico tempo  $t > 0$ . Usare poi le relazioni di indeterminazione per calcolare il valore minimo del prodotto delle indeterminazioni delle due osservabili,  $\sigma_A \sigma_H$ , nello stato iniziale  $|\Psi\rangle$ .

- 3) Uno ione  $He^+$  è irradiato da un'onda elettromagnetica piana che si propaga in direzione parallela all'asse  $x$ , polarizzata in modo che il campo elettrico formi un angolo  $\theta$  con l'asse  $z$ . La frequenza è prossima alla frequenza di risonanza  $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$ , dove  $E_n$  è l'energia del generico stato stazionario dell'atomo che inizialmente si trova nel suo stato fondamentale. Descrivere il tipo di transizioni attese. In particolare, denotando con  $P_m$  la probabilità che lo ione sia eccitato in un autostato del momento angolare  $\hat{L}_z$  con autovalore  $L_z = m\hbar$ , calcolare nell'approssimazione di dipolo il rapporto

$$R = \frac{P_0}{\sum_{m \neq 0} P_m}.$$