

Dottorato di ricerca in Fisica – Università di Catania
Prova scritta di ammissione XLI ciclo – 01/09/2025

Nota per i candidati: lasciare indicati tutti i passaggi effettuati
Note to the candidates: write down all the steps followed.

Compito 1

Esercizio 1

Due corpi puntiformi A e B, di massa $m_A=3$ mg e $m_B=10$ mg, subiscono un urto totalmente anelastico. Prima dell'urto, il corpo A viaggia a velocità $v_A=6$ m/s mentre B è a riposo. A seguito dell'urto, si forma un corpo C di massa $m_C=m_A+m_B$.

- a) Utilizzando la meccanica non relativistica, determinare la velocità finale del corpo C e la frazione dell'energia cinetica iniziale che è stata dissipata nell'urto.
- b) Supponendo che il corpo di massa C sia costituito da alluminio (con calore specifico $c=900$ J/(kg·K)) e che tutta l'energia dissipata venga utilizzata per riscaldarlo, calcolare l'aumento di temperatura ΔT del corpo C.

Two point-like bodies A and B, with masses $m_A=3$ mg and $m_B=10$ mg, undergo a completely inelastic collision. Before the collision, A travels at a velocity $v_A=6$ m/s, while B is at rest. As a result of the collision, a new body C is formed, with mass $m_C=m_A+m_B$.

- a) Using non-relativistic dynamics, determine the final velocity of C and the fraction of the initial kinetic energy that is dissipated during the collision.
- b) Assuming that C is made of aluminum (with specific heat capacity $c=900$ J/(kg·K)) and that all the dissipated energy is used to heat it, calculate the temperature increase ΔT of C.

Esercizio 2

Un fulmine è generato da una differenza di potenziale $\Delta V=10^9$ V, e la carica che viene liberata è $q=30$ C. Se l'energia rilasciata fosse utilizzata per fondere una massa di ghiaccio calcolare quanta ne fonderebbe a 0°C ($c_{\text{fus}}=3.35 \cdot 10^5$ J/kg)

A lightning bolt is generated by a potential difference of $\Delta V=10^9$ V and the charge that is released is $q=30$ C. If the energy released were used to melt a mass of ice, calculate how much ice would be melted at 0°C ($c_{\text{fus}}=3.35 \times 10^5$ J/kg)

Esercizio 3

Raggi X di energia 4.13 keV sono diffusi da un blocco di materiale. I raggi X diffusi sono osservati ad un angolo di 30° rispetto alla direzione del fascio incidente. Calcolare la lunghezza d'onda dei raggi X diffusi a questo angolo.

($1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)

X-rays with energy 4.13 keV are scattered by a block of material. The scattered X-rays are observed at an angle of 30° with respect to the direction of the incident beam. Calculate the wavelength of the X-rays scattered at this angle.

Esercizio 4

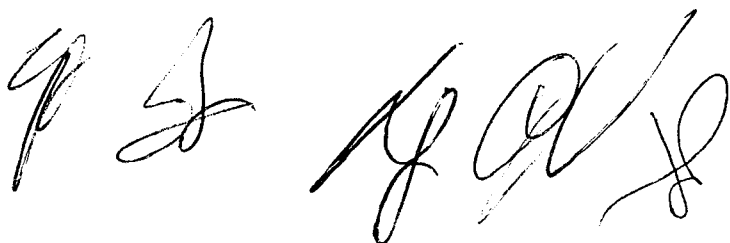
Stimare l'indeterminazione dell'impulso nello stato fondamentale di una particella in una buca di potenziale unidimensionale a pareti infinite, a partire dall'autovalore energetico. Commentare sulla consistenza con la relazione di indeterminazione posizione-impulso.

Estimate the uncertainty of the momentum in the ground-state of a particle moving in a one-dimensional infinite-potential well, starting from the eigenvalue of the energy. Comment on the consistency with the position-momentum uncertainty relation.

Esercizio 5

In una dimensione, si dimostri che se la funzione d'onda $\langle x|\psi\rangle$ è reale, il valore medio dell'impulso $\hat{p}$ è sempre nullo.

Show that if the wavefunction of a one-dimensional particle is real, then the average of the momentum $\hat{p}$ vanishes.

The image shows two handwritten signatures in black ink. The first signature on the left is a stylized, cursive 'G' followed by a flourish. The second signature on the right is more complex, featuring a large, looped 'G' followed by several sharp, sweeping strokes.

Dottorato di ricerca in Fisica – Università di Catania
Prova scritta di ammissione XLI ciclo – 01/09/2025

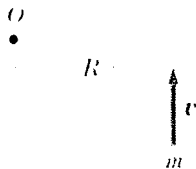
Nota per i candidati: lasciare indicati tutti i passaggi effettuati

Note to the candidates: write down all the steps followed.

Compito 2

Esercizio 1

Un'asta omogenea lunga $l = 1.2$ m può ruotare, in un piano verticale, attorno al proprio centro di massa O; la massa dell'asta vale $M = 2.5$ kg. Un punto materiale di massa $m = 0.25$ kg, lanciato verticalmente dal basso verso l'alto, colpisce l'asta, inizialmente ferma, a distanza $R = 0.4$ m da O e rimane a essa attaccato; la velocità di m all'istante dell'urto vale $v = 20$ m/s. Calcolare: a) la velocità angolare del sistema subito dopo l'urto, b) la variazione di energia cinetica del sistema nell'urto. (Momento d'inerzia dell'asta rispetto al polo O, $I_O = 1/12 Ml^2$)



An homogeneous rod of length $l = 1.2$ m can rotate, in a vertical plane, around its center of mass O; the mass of the rod is $M = 2.5$ kg. A particle of mass $m = 0.25$ kg, thrown vertically from bottom to top, strikes the rod, initially at rest, at a distance $R = 0.4$ m from O and remains attached to it; the velocity of m at the instant of impact is $v = 20$ m/s. Calculate: a) the angular velocity of the system immediately after the impact, b) the change in kinetic energy of the system during the impact. (Moment of inertia of the rod with respect to pole O, $I_O = 1/12 Ml^2$)

Esercizio 2

Uno ione positivo di carica pari in valore assoluto a quella dell'elettrone e di massa $m = 3.2 \cdot 10^{-26}$ kg, viene accelerato da una differenza di potenziale pari a 833V e immesso in un campo magnetico di 0.92 T, perpendicolare alla velocità dello ione. Calcolare il raggio della traiettoria dello ione nel campo magnetico.

($|e| = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C)

A positively charged ion with a charge equal in absolute value to that of an electron and mass $m = 3.2 \cdot 10^{-26}$ kg, is accelerated by a potential difference of 833 V and injected into a magnetic field of 0.92 T, perpendicular to the velocity of the ion. Calculate the radius of the ion's trajectory in the magnetic field.

($|e| = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C)

Handwritten signatures of the candidates.

Esercizio 3

Una fenditura lineare di larghezza a è illuminata da luce di lunghezza d'onda $\lambda=600$ nm in incidenza normale (assumere un'onda piana). Uno schermo, posto ad una distanza $L=2.0$ m dietro la fenditura, è utilizzato per misurare la figura di diffrazione generata.

- Assumendo che la fenditura abbia una larghezza $a=0.10$ mm, calcolare l'angolo θ_1 al quale si osserva il primo minimo e la distanza y_1 di tale minimo dal centro dello schermo stesso. Determinare anche la larghezza totale (in mm) del massimo centrale della figura di diffrazione.
- Determinare il numero massimo di minimi che sarà teoricamente possibile osservare sullo schermo, immaginando quest'ultimo di estensione infinita.

A linear slit of width a is illuminated at normal incidence by light of wavelength $\lambda=600$ nm. A screen is placed at a distance $L=2.0$ m behind the slit and is used to record the resulting diffraction pattern.

- Assuming that the slit width is $a=0.10$ mm, calculate the angle θ_1 at which the first diffraction minimum appears, and the distance y_1 of that minimum from the center of the screen. Also, determine the total width (in mm) of the central maximum of the diffraction pattern.
- Determine the maximum number of minima that can theoretically be observed on the screen, assumed to be infinitely extended in space.

Esercizio 4

Un fotone di energia iniziale di 0.1 MeV subisce una diffusione Compton ad un angolo di 60° . Calcolare l'energia di rinculo dell'elettrone.

($1 \text{ eV}=1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $m_e=9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $c=3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h=6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)

A photon with an initial energy of 0.1 MeV undergoes Compton scattering at an angle of 60° . Calculate the electron's recoil energy.

($1 \text{ eV}=1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $m_e=9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $c=3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h=6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)

Esercizio 5

Un elettrone si trova in un campo magnetico B , uniforme e costante, diretto lungo l'asse z . All'istante iniziale $t=0$, l'elettrone si trova in un autostato della componente x dello spin, con autovalore $+\hbar/2$. Calcolare la probabilità di ritrovarlo nello stesso stato al generico tempo $t > 0$.

An electron is subject to a uniform and constant magnetic field B in the direction z . At $t=0$ it is prepared in the spin x eigenstate with eigenvalue $+\hbar/2$. Calculate the probability that it is detected in the same state at a generic time $t > 0$.



Dottorato di Ricerca in Fisica – Università di Catania
Prova scritta di ammissione XLI ciclo – 01/09/2025

Nota per i candidati: lasciare indicati tutti i passaggi effettuati

Note to the candidates: write down all the steps followed.

Compito 3

Esercizio 1

Un satellite di massa $m=500$ kg orbita attorno alla Terra, considerata come una sfera di massa $M_T=5.97 \times 10^{24}$ kg e raggio $R_T=6.37 \times 10^6$ m. Il satellite si trova in orbita circolare ad una quota di $h=500$ km sopra la superficie terrestre.

- a) Calcolare la velocità tangenziale che deve avere il satellite perché continui ad orbitare intorno alla Terra seguendo una traiettoria circolare, nonché il corrispondente periodo di rivoluzione (in secondi, minuti e ore).
- b) Determinare l'energia meccanica totale del satellite in orbita intorno alla terra.
- c) Discutere il significato di *velocità di fuga* e calcolare il suo valore per il satellite alla quota h indicata. In quali condizioni la velocità di fuga può essere inferiore a quella tangenziale calcolata al punto a)?

(Costante gravitazionale: $G=6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$)

A satellite with a mass of $m = 500$ kg orbits the Earth, which is considered a sphere with a mass of $M_t = 5.97 \times 10^{24}$ kg and a radius of $R_t = 6.37 \times 10^6$ m. The satellite is in a circular orbit at an altitude of $h = 500$ km above the Earth's surface.

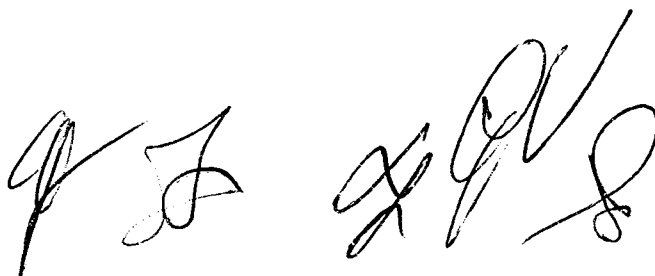
- a) Calculate the tangential velocity the satellite must have in order to continue orbiting the Earth along a circular trajectory, as well as the corresponding orbital period (in seconds, minutes, and hours).
- b) Determine the total mechanical energy of the satellite in orbit around the Earth.
- c) Discuss the meaning of escape velocity and calculate its value for the satellite at the given altitude h . Under what conditions, if any, can the escape velocity be lower than the tangential velocity calculated in point a)?

Gravitational constant: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Esercizio 2

Una goccia d'olio elettricamente carica, di raggio $R=2.76 \mu\text{m}$ e densità $\rho=920 \text{ kg/m}^3$ è tenuta in equilibrio in un campo elettrico rivolto verso il basso di intensità $E=1.65 \cdot 10^6 \text{ N/C}$. Dopo aver trovato il valore della carica della goccia d'olio, calcolare l'accelerazione nel campo elettrico supponendo di triplicare la carica.

An electrically charged oil drop, with radius $R=2.76 \mu\text{m}$ and density $\rho=920 \text{ kg/m}^3$, is held in equilibrium in a downward electric field with an intensity of $E=1.65 \times 10^6 \text{ N/C}$. After finding the value of the charge on the oil drop, calculate its acceleration in the electric field assuming the charge is tripled.



Esercizio 3

La radiazione cosmica di fondo ha uno spettro termico di corpo nero alla temperatura $T = 2.725 \text{ K}$ che presenta un massimo alla lunghezza d'onda $\lambda = 1.063 \text{ mm}$. Su questa base calcolare la frequenza del massimo dello spettro emesso dal Sole, assumendo una temperatura alla superficie $T = 5504^\circ \text{C}$, nonché impulso ed energia dei corrispondenti fotoni. (Temperatura zero assoluto = -273.15 Celsius)

The cosmic background radiation has a thermal spectrum at the temperature $T = 2.725 \text{ K}$, presenting a maximum at the wavelength $\lambda = 1.063 \text{ mm}$. On this basis, calculate the frequency of the maximum of the emission spectrum of the sun, assuming a temperature at the surface $T = 5504^\circ \text{C}$, and energy and momentum of the corresponding photons. (absolute zero temperature = -273.15 Celsius)

Esercizio 4

Un'onda monocromatica ($\lambda = 450 \text{ nm}$) incide su una superficie metallica. Gli elettroni emessi si muovono in un campo magnetico uniforme di modulo $B = 1.75 \times 10^{-4} \text{ T}$ e che ha direzione ortogonale rispetto alla direzione della velocità degli elettroni emessi. In queste condizioni, il raggio di curvatura della traiettoria degli elettroni vale $r = 1.98 \text{ cm}$. Calcolare il lavoro di estrazione W_e del metallo.

($|e| = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)

A monochromatic wave ($\lambda = 450 \text{ nm}$) strikes a metal surface. The emitted electrons move in an uniform magnetic field of magnitude $B = 1.75 \times 10^{-4} \text{ T}$, having its direction perpendicular to the one of the velocity of the emitted electrons. In these conditions, the radius of curvature of the electron trajectory is $r = 1.98 \text{ cm}$. Calculate the work function of the metal, W_e .

($|e| = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)

Esercizio 5

Una particella si muove in una buca di potenziale unidimensionale di larghezza $2a$ e a un certo istante la sua funzione d'onda è

$$\psi(x) = A \left[\sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right]$$

Quali sono i possibili risultati di una misura dell'energia e quali sono le relative probabilità?

Assumendo che la misura sia ideale, e che da essa risulti il valore minimo, qual è la forma della funzione d'onda dopo la misura?

A particle moves in a one-dimensional infinite-well potential of length $2a$ and at a certain time its wavefunction is given by

$$\psi(x) = A \left[\sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right]$$

Which are the possible outcomes of a measurement of the energy and which are the corresponding probabilities? Assuming an ideal measurement, and that the outcome is the smallest energy value, write the after-measurement wavefunction.

