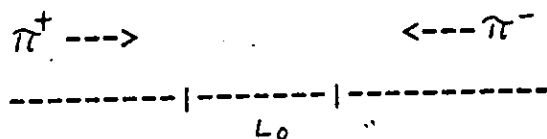


✓ 1)

- 1 - Si consideri una particella libera di massa m vincolata a muoversi su un segmento di lunghezza L . Determinare gli autostati normalizzati e i corrispondenti autovalori di energia. Determinare la correzione al prim'ordine dell'energia di stato fondamentale dovuta a una perturbazione della forma

$$V(x) = V_0 \cos^2 \frac{\pi x}{L}$$

- 2 - Determinare gli scarti quadratici medi di posizione e impulso di una particella di massa m soggetta a un potenziale di oscillatore armonico unidimensionale nello stato eccitato di ordine n -imo.
- 3 - Derivare le relazioni d'indeterminazione per gli operatori \hat{P}_x^2 e \hat{X} per un sistema in uno stato normalizzato.
- 4 - Un segnale luminoso intermittente con periodo T viene emesso nella origine di un riferimento S lungo l'asse x . Il segnale viene ricevuto da un ricevitore posto nell'origine di un riferimento S' che si muove a velocità costante rispetto a S con la stessa direzione x . Determinare il periodo di ricezione nel riferimento S' e discuterne il risultato in connessione con l'effetto Doppler.
- 5 - In un laboratorio incidono da direzione opposta due fasci di particelle, π^+ e π^- , con velocità diverse. Un regolo unitario e' in quiete



nel laboratorio. Una misura di lunghezza di tale regolo effettuata da un osservatore solidale con il fascio di π^+ dà $L_+ = L_0/10$ e quella effettuata da un osservatore solidale con il fascio di π^- dà $L_- = L_0/2$. Verificare se è possibile l'annichilazione $\pi^+ + \pi^- \rightarrow p + \bar{p}$.

($M_\pi = 140 \text{ MeV}$, $M_p = 940 \text{ MeV}$).

3)

Prova scritta di Istituzioni di Fisica Teorica
sessione estiva 90/91

1. Due fasci di muoni hanno velocità relativa v . L'osservatore O è solidale con uno dei fasci e l'osservatore O' è solidale con l'altro. All'istante $t=t'=0$ si ha $x=x'=0$. Per l'osservatore O il tempo di dimezzamento dei muoni del fascio solidale con O' è più grande del tempo di dimezzamento dei muoni del fascio con cui è solidale. Quindi secondo O i muoni del fascio a lui solidale decadono prima dei muoni solidali con O' . Per l'osservatore O' è esattamente il contrario. Discutere l'apparente paradosso.

2. Due osservatori O ed O' , in moto relativo con velocità v lungo l'asse x , misurano la frequenza di un'onda piana in moto nel piano xy la cui direzione di propagazione forma un angolo di 30 gradi con l'asse x . Il rapporto della misura di frequenza effettuata da O' ed O è $\frac{\sqrt{5}}{2}$. Determinare la velocità relativa v , assumendo $\beta \ll 0$. Confrontare l'energia di un protone di velocità v con quella necessaria per avere nel cms l'energia di soglia per la reazione



3. Sia data una particella in un potenziale armonico:

$$\hat{V} = \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{q}^2$$

Mostrare che i valori medi di posizione e impulso compiono oscillazioni nel tempo sinusoidali con frequenza $\omega/2\pi$ attorno all'origine.

4. Una particella si trova nello stato fondamentale di una buca di potenziale di larghezza L e profondità infinita. Per un intervallo di tempo T agisce una perturbazione della forma ($c = \text{costante}$)

$$V(t) = c \hat{p} \cos(\omega t)$$

dove \hat{p} è l'operatore impulso. Determinare la probabilità di transizione al primo ordine della teoria perturbativa dallo stato fondamentale al primo stato eccitato. Discutere il risultato.

5. Determinare l'energia dello stato fondamentale del deutone col metodo variazionale. Si assuma che il potenziale d'interazione sia

$$V(r) = V_0 \exp(-r/a)$$

dove r è la distanza tra i due nucleoni e la funzione d'onda di prova (normalizzata a 1) sia

$$f(r) = \sqrt{\frac{z^3}{2a^3}} \exp(-zr/2a)$$

dove z è il parametro variazionale.

5)

Prova scritta di Istituzioni di Fisica Teorica
sessione estiva 90/91-Giugno 25/06

1. Una particella di massa M decade in una particella di massa M piu' due fotoni. E' possibile? Discutere il problema in generale e piu' in dettaglio quando i due fotoni emessi sono collineari.

2. Un muone si muove lungo l'asse x con velocita' v con posizione iniziale $x(0)=0$ ed un fotone si muove lungo l'asse x nella stessa direzione con posizione iniziale $-ct_0$. Il fotone ed i muoni hanno la stessa coordinata spaziale dopo un tempo di dimezzamento del muone in O . Determinare la velocita' del muone.

3. Siano ψ_0 e ψ_1 rispettivamente lo stato fondamentale ed il primo stato eccitato di un oscillatore armonico unidimensionale. Definiamo a $t=0$ lo stato

$$\psi(t=0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_0 + \psi_1)$$

Determinare all'istante t il valor medio dell'energia e della posizione.

4. Data l'hamiltoniana

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} = \alpha \hat{l}^2 + \beta \hat{l}_x + \gamma \hat{l}_x$$

con

$$\hat{H}_0 = \alpha \hat{l}^2 + \beta \hat{l}_x$$

e

$$\hat{V} = \gamma \hat{l}_x$$

Trovare la correzione al primo ordine perturbativo alla funzione d'onda dello stato fondamentale ($\alpha, \beta, \gamma > 0$)

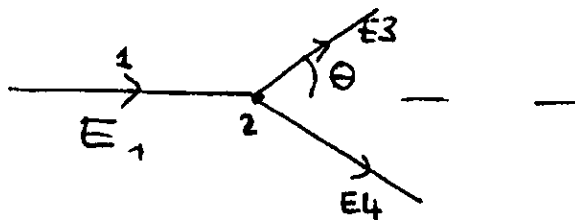
5. Sia $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ in cui H_0 ha due livelli energetici, 0 ed 1, di energia 0 ed E ed in cui $V_{01} = V_{10}$ e $V_{00} = V_{11} = 0$. Sapendo che gli autovalori di H sono $2E$ e $-E$ determinare il valore di V_{01} .

Compito di Istituzioni di Fisica Teorica

- settembre 91 -

6)

- 1) - Una particella di energia E_1 incide su una particella in quiete e viene deviata di un angolo Θ (vedi figura). Le due particelle



hanno la stessa massa m . Sia E_3 l'energia della particella deviata con $E_3 = 0.5 \cdot E_1$. Supponendo che E_1 sia proporzionale a m ,cioe' $E_1 = c \cdot m$, c -costante , determinare l'espressione di $\cos \Theta$ in funzione di c e giustificare $c > 2$.

- 2) - Due sorgenti A e B in moto relativo lungo l'asse x emettono onde piane monocromatiche. La sorgente A emette il segnale di frequenza f_1 lungo l'asse x e la sorgente B emette il segnale di frequenza f_2 lungo l'asse y . L'osservatore O si muove lungo l'asse x con velocita' v_1 rispetto ad A e v_2 rispetto a B ed osserva che le frequenze dei due segnali da lui misurate sono uguali.

- 1) determinare v_2 in funzione di v_1 e del rapporto f_2/f_1 ;
- 2) esistono limitazioni sul rapporto f_2/f_1 affinche' cio' accada?
- 3) e' possibile fissare il segno di v_2 imponendo che O osservi la direzione dell'onda emessa da B ad un angolo determinato ?

- 3) - Consideriamo l'hamiltoniana di due oscillatori armonici accoppiati

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 (\hat{x}_1^2 + \hat{x}_2^2) + \gamma \hat{x}_1 \hat{x}_2$$

Determinare l'energia dello stato fondamentale del sistema, facendo uso della trasformazione a coordinate normali.

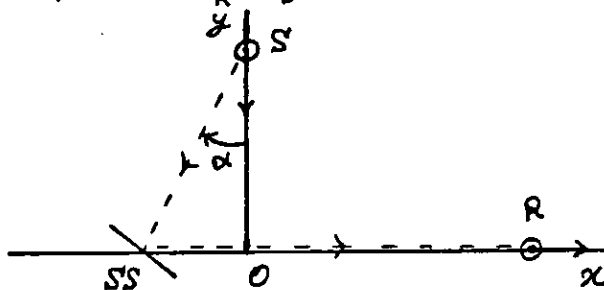
4)

Prova scritta di Istituzioni di Fisica Teorica

--- sessione autunnale 1990/91 ---

1) Un elettrone effettua una collisione elastica centrale con un protone in quiete. Determinare l'energia cinetica iniziale T_e dell'elettrone supposto che l'energia cinetica finale del protone sia $0.5 \cdot T_e$.

2) Una sorgente S , avvicinandosi all'origine lungo l'asse y con velocità costante V , emette un segnale luminoso di frequenza ν_S nella direzione α come in figura. Il segnale, riflettendosi sullo specchio SS in quiete raggiunge un rivelatore R che si allontana lungo l'asse x alla stessa velocità V . Determinare la frequenza ν_R del segnale misurata da R e, se esiste, l'angolo α per cui $\nu_R = \nu_S$.



3) Un elettrone si muove in un campo elettrico uniforme e costante E . Determinare come evolvono nel tempo
i) il valore medio della posizione
ii) lo scarto quadratico medio dell'impulso
iii) lo scarto quadratico medio della posizione
Discutere i risultati in connessione col limite classico.

4) Un oscillatore armonico lineare viene sottoposto ad una perturbazione costante $V = a \cdot (\hat{q}\hat{p} + \hat{p}\hat{q})$. Determinare la correzione all'energia dello stato fondamentale al primo ordine perturbativo.

5) Un oscillatore armonico lineare viene sottoposto ad una perturbazione dipendente dal tempo

$$V(t) = \alpha \hat{x}^2 \cos \omega t$$

Determinare la probabilità di transizione al primo ed al secondo stato eccitato al primo ordine perturbativo.

9)

1) Nel sistema di riferimento O sono presenti un campo elettrico \vec{E} ed un campo magnetico \vec{H} costanti e uniformi formanti un angolo $\alpha < \pi/2$ tra loro e perpendicolari all'asse x . Mostrare che non esiste nessun riferimento O' , il cui asse x' scorre a velocità costante lungo l'asse x di O , in cui il campo elettrico sia nullo. Supposto $E=H$, determinare, facendo uso degli invarianti del campo, come si trasforma l'angolo α per trasformazioni di Lorentz.

2) Una particella e un fotone viaggiano lungo l'asse y del riferimento O secondo le equazioni del moto:

i) $y = -y_0 + 0.25 ct$ (particella)

ii) $y = -2y_0 + ct$ (fotone)

dove y_0 è una costante positiva e c è la velocità della luce. Determinare la posizione e l'istante in cui le due particelle si incontrano nel riferimento O' in moto lungo l'asse x di O con velocità $v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} c$.

⇒ 3) Un sistema bidimensionale ha Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2) + \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{x}^2$$

Quali sono le costanti del moto? Determinare autovalori e autofunzioni di \hat{H} .

→ 4) Due particelle interagenti hanno la seguente Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2m_1} + \frac{1}{2} m_1 \omega^2 \hat{q}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m_2} + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 \hat{q}_2^2 + \kappa (\hat{q}_1 - \hat{q}_2)^2$$

Determinare lo spettro di energia di \hat{H} facendo uso della trasformazione al sistema del centro di massa.

?
→ 5) Ricavare le relazioni d'indeterminazione tra \hat{p}^2 e \hat{q} per un sistema unidimensionale in uno stato normalizzato. Discutere il caso in cui tale stato sia lo stato fondamentale dell'oscillatore armonico.

11

- 1) Sia dato un atomo di idrogeno nello stato fondamentale. Calcolare la correzione al primo ordine all'energia quando agisce una perturbazione della forma

$$V(r) = \frac{V_0}{r^2}$$

- 2) Determinare la stima variazionale dell'energia dello stato fondamentale dell'oscillatore armonico adoperando una funzione d'onda di prova

$$\psi(q) = A e^{-\alpha q^2}$$

dove α e' il parametro variazionale. Giustificare il risultato ottenuto in relazione ai fondamenti del metodo variazionale.

- 3) Determinare le autofunzioni della Hamiltoniana

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(q)$$

in cui $V(q) = \infty$ per $q < 0$ e $V(q) = kq^2$ per $q > 0$.

- 4) Un osservatore O si trova nel punto di mezzo di un treno che viaggia con velocità costante v rispetto ad un altro osservatore O'. All'istante $t=t'=0$, in cui i due osservatori si incrociano, arrivano due segnali luminosi provenienti dalle estremità del treno. Discutere, prima qualitativamente e poi mediante le trasformazioni di Lorentz, la relazione tra gli istanti di emissione dei due segnali per ciascuno dei due osservatori.
- 5) Una sorgente di onde e.m. in quiete in un riferimento inerziale R nel punto $P=(0,d,0)$ emette onde di energia $\hbar\omega$. Un atomo di idrogeno, nel suo stato fondamentale, viaggia lungo l'asse x con velocità v fissata. Determinare le condizioni su ω per cui l'atomo di H può transire al suo primo stato eccitato per effetto del campo e.m.

Compito di istituzioni di Fisica Teorica
Sessione estiva 28-5-1992

12)

- 1) Un fotone di energia $\epsilon = 12/13 m_e c^2$ viene emesso nella direzione delle x positive del sistema di riferimento S da una sorgente in moto rispetto allo stesso sistema di riferimento S . La velocità \vec{v} della sorgente è di $3/5c$ e forma un angolo di 60° con l'asse x . Il fotone colpisce un elettrone in quiete nel riferimento S ; dopo l'urto il fotone e l'elettrone si muovono entrambi lungo la direzione x . Discutere i due casi di scattering in avanti e all'indietro calcolando per entrambi l'energia del fotone e l'energia e l'impulso dell'elettrone.
- 2) Una particella di carica q si muove in un campo e.m.: $\vec{E} = (0, E, 0)$, $\vec{H} = (0, 0, H)$ con $H = 1/2E$. Discutere il moto della particella in tale campo.
- 3) Determinare gli autovalori dell'hamiltoniana

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + 1/2 K_1 (x^2 + y^2) + 1/2 K_2 z^2$$

Scrivere, in coordinate cartesiane, la funzione d'onda dello stato fondamentale. Quali sono le costanti del moto?

- 4) Sia dato un rotatore rigido la cui hamiltoniana sia

$$H = \frac{J_z^2}{2I} = -\frac{\hbar^2}{2I} \frac{d^2}{d\phi^2}$$

essendo ϕ l'angolo di rotazione e I il momento di inerzia. Supponiamo di perturbare il sistema con il potenziale

$$V(\phi) = K \sin\phi$$

Calcolare all'ordine perturbativo più basso non nullo l'energia dello stato fondamentale.

- 5) Determinare la funzione d'onda e l'autovalore dell'energia di un atomo di elio 4He sottoposto ad una forza elastica $F = -K x$. Calcolare lo scarto quadratico medio della posizione $(\Delta X)^2_{He}$. In quale stato eccitato si deve trovare un atomo di carbonio ^{12}C , sottoposto alla stessa forza elastica, per avere uno scarto quadratico medio $(\Delta X)^2_C$ superiore a quella dell'elio nello stato fondamentale?

13)

Compito di istituzioni di Fisica Teorica
Sessione estiva 25-6-1992

- riosposta*
26/01/91
- 1) All'istante $t = 0$ la funzione d'onda di un rotatore è data da una sovrapposizione di autostati del momento angolare:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle + |10\rangle)$$

L'hamiltoniana del sistema è

$$\hat{H} = \frac{1}{2I} \hat{L}^2 + \omega \hat{L}_z$$

Determinare all'istante t i valori medi $\langle \hat{L}_+ \rangle$ e $\langle \hat{L}_- \rangle$.

- 2) Un oscillatore carico posto in un campo elettrico costante e uniforme E_1 si trova nel suo stato fondamentale. All'istante $t = 0$ il campo elettrico viene istantaneamente portato ad un valore diverso, E_2 . Determinare la probabilità di transizione al primo stato eccitato dell'oscillatore armonico in E_2 .

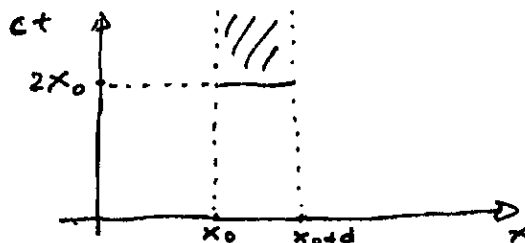
$$\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-p^2 x^2 \pm qx) dx = \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{p} \right)$$

- 3) Sfruttando le relazioni di indeterminazione dare una stima dell'energia dello stato fondamentale di un sistema descritto dall'hamiltoniana

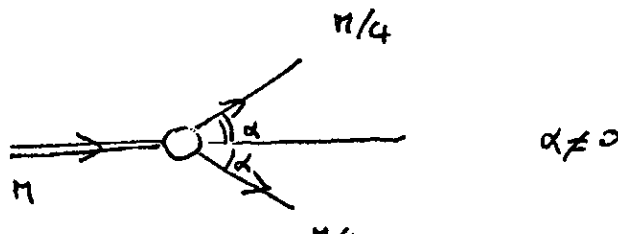
$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \lambda \hat{x}^4$$

Considerare $\lambda > 0$ e $\langle \hat{x}^4 \rangle \approx \alpha \langle \hat{x}^2 \rangle^2$

- 4) Due muoni di velocità β_1 e β_2 ($\beta_1 > \beta_2$) entrano nel laboratorio all'istante $t = 0$ in $x = 0$. Per ragioni sperimentali i muoni possono essere rivelati solo nella regione spazio-temporale disegnata in figura (d è noto). Determinare sotto quali condizioni è possibile rivelare entrambi i muoni allo stesso istante.



- 5) Una particella di massa M e $\beta = 0.955$ decade come in figura in due particelle di massa $M/4$. Determinare l'angolo α .

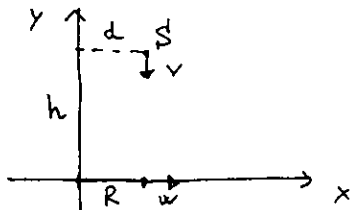


Prova scritta di Istituzioni di Fisica Teorica

1. Una particella di massa $M(1 + \delta)$ ($\delta > 0$) decade in tre particelle di massa $M/3$. Due particelle del decadimento vengono emesse con lo stesso impulso. Determinare impulso ed energia dei prodotti di decadimento. Discutere il limite $\delta \rightarrow 0$.

2. Per un osservatore O una particella con velocità $v=0.995c$ lungo l'asse y viene emessa da una sorgente S posta ad un'altezza h ed a distanza d dall'asse y. (vedi figura)

Simultaneamente all'emissione della particella, un rivelatore di lunghezza d inizia a muoversi dall'origine lungo l'asse x con velocità $w=0.9c$ (vedi figura). Detto $\tau_{1/2}$ il tempo di dimezzamento, determinare sotto quali condizione per h e' possibile che la particella venga rivelata.



3. Siano $|\psi_n\rangle$ gli stati stazionari di un oscillatore armonico di massa m e frequenza ω . A $t=0$ lo stato dell'oscillatore e' dato da

$$|\phi(0)\rangle = \sum_n c_n |\psi_n\rangle$$

Quale e' la probabilita' P che una misura dell'energia dell'oscillatore effettuata all'istante t dia un risultato piu' grande di $2\hbar\omega$? Se $P=0$ quali sono i coefficienti c_n non nulli?

Assumiamo che c_0 e c_1 siano i soli coefficienti non nulli. Scrivere la condizione di normalizzazione per $|\phi(0)\rangle$ e valutare c_0 e c_1 imponendo che $\langle H \rangle = \hbar\omega$. Discutere la possibilita' di definire univocamente c_0 e c_1 tramite la misura di altre osservabili.

4. Data l'hamiltoniana (in unita' opportune)

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2} + \hat{x}^4 - \sqrt{2} \hat{x}$$

Discutere se

$$\psi(x) = e^{-\frac{\sqrt{2}}{3}x^3}$$

puo' essere considerata autofunzione normalizzabile di \hat{H} corrispondente all'autovalore zero.

5. Si consideri lo stato

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_n \frac{\alpha^n}{n!} (a^\dagger)^n |0\rangle$$

in cui $|0\rangle$ e' lo stato fondamentale di un oscillatore armonico ed a^\dagger il corrispondente operatore di creazione di un quanto.

Lo stato, detto "stato coerente", e' autostato dell'operatore di annichilazione

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$$

con α numero complesso.

Calcolare l'indeterminazione di posizione ed impulso nello stato $|\alpha\rangle$.

15

Compito di istituzioni di Fisica Teorica
Sessione autunnale 12-11-1992

- 1) Per l'osservatore S una particella si muove con velocità c nel piano $y-z$ con una traiettoria rettilinea $y = z \operatorname{tg} \alpha$, con α costante ($0 < \alpha < \pi/2$ e $z > 0$). Un osservatore S', in moto lungo l'asse x con velocità v rispetto ad S, studia il moto della stessa particella. Calcolare le componenti della velocità della particella secondo l'osservatore S' e, utilizzando questo risultato, verificare che il modulo della velocità della particella in S' è ancora c .
- 2) Un proiettile di massa m_p con velocità $\beta = 0.99$ incide su una targhetta di massa M_t rimanendovi conficcato. Determinare la velocità del sistema dopo l'urto e la differenza di energia tra lo stato iniziale e finale del sistema. Discutere il limite $c \rightarrow \infty$.
- 3) Un atomo di idrogeno si trova nello stato fondamentale. All'istante $t = 0$ viene sottoposto ad una perturbazione lungo l'asse z della forma

$$V = K z$$

Determinare la probabilità di trovare all'istante T l'atomo di idrogeno negli stati $n = 2, l = 1, m = 1$ e $n = 2, l = 1, m = 0$.

- 4) Sia dato un oscillatore armonico bidimensionale la cui hamiltoniana è

$$\hat{H} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + K_1 x^2 + K_2 y^2$$

Determinare la correzione dell'energia dello stato fondamentale al primo ordine perturbativo, considerando la seguente perturbazione

$$V = c x^2 y^2$$

- 5) Sia dato un sistema a due livelli $|a\rangle$ e $|b\rangle$ ($\langle a|a\rangle = \langle b|b\rangle = 1$) descritto da una hamiltoniana i cui elementi di matrice sono:

$$\langle a|\hat{H}|a\rangle = \langle b|\hat{H}|b\rangle = 0, \quad \langle a|\hat{H}|b\rangle = V + iW$$

con V e W reali.

- Determinare autovalori e autostati del sistema.
- Al tempo $t=0$ il sistema si trova localizzato nello stato $|a\rangle$. A quale istante T il sistema si troverà localizzato in $|b\rangle$?
- Cosa avviene se $V=W=0$?

Compito di istituzioni di Fisica Teorica
Sessione invernale 12-2-1993

- 1) Un missile di lunghezza $L_0 = 20 \text{ m}$ nel riferimento proprio si allontana dalla terra con moto rettilineo e uniforme. Alle estremità del missile sono installati due specchi. Un segnale luminoso emesso dalla terra raggiunge il missile e si riflette su ciascuno specchio. I due segnali tornano sulla terra con un ritardo l'uno rispetto all'altro di $\Delta T = .2\mu \text{ sec}$. Determinare la velocità del missile.

- 2) Sia data la reazione di creazione di coppia

$$\gamma + e^- \rightarrow (e^+ + e^-) + e^-$$

dove l'elettrone bersaglio è supposto a riposo nel laboratorio. Determinare l'energia di soglia del fotone affinché la reazione possa avvenire. Ricordare che la massa dell'elettrone è 0.51 Mev .

- 3) Lo stato di un sistema fisico a $t=0$ è dato da

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|u_1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|u_2\rangle$$

dove gli stati $|u_i\rangle$ formano un set completo ortonormale. Nella stessa base la sua Hamiltoniana è

$$\hat{H} = \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Al tempo $t=0$ e a $t=T>0$ viene misurata l'energia del sistema. Determinare quali valori di energia si possono trovare e con quali probabilità.

- 4) Due oscillatori armonici di massa m_1 e m_2 e di costante elastica $K_1 = K_2 = K$ sono accoppiati da una interazione della forma

$$\hat{V} = \mu|q_1 - q_2|$$

Determinare l'energia dello stato fondamentale del sistema, considerando come funzione di prova per il moto relativo

$$\exp(-\alpha(q_1 - q_2)^2)$$

con α parametro variazionale.

- 5) Un rotatore rigido carico di Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{\hat{j}^2}{2mr^2}$$

viene perturbato da un campo elettrico E uniforme lungo l'asse \vec{x} . Determinare la correzione dell'energia dello stato fondamentale al primo e secondo ordine perturbativo.

[$x = \sqrt{\frac{2\pi}{3}}r(Y_{1,-1} - Y_{1,1})$, essendo $Y_{l,m}$ armoniche sferiche]

Compito di istituzioni di Fisica Teorica

Sessione autunnale 1-10-1993

- 1) Due sorgenti che emettono radiazione luminosa di lunghezza d'onda $\lambda = 5000\text{\AA}$ si muovono l'una verso l'altra. Un osservatore posto tra le due sorgenti sulla retta che le congiunge misura $\lambda_1 = 4000\text{\AA}$ e $\lambda_2 = 4500\text{\AA}$ rispettivamente. Qual'è la velocità delle due sorgenti rispetto all'osservatore? E quella di una sorgente rispetto all'altra?
- 2) Un regolo di lunghezza l in quiete rispetto ad un osservatore O forma un angolo α con l'asse delle x . Determinare la lunghezza del regolo e l'angolo misurati da un osservatore O' in moto rispetto ad O con velocità v lungo l'asse x .
- 3) Dimostrare che per un oscillatore armonico vale la regola di somma

$$\sum_{n'} (E_{n'} - E_n) |\langle n' | \hat{x} | n \rangle|^2 = \frac{\hbar^2}{2m}$$

in cui $|n\rangle$ sono gli autostati del sistema ed E_n i corrispondenti autovalori dell'energia.

- 4) Un elettrone è legato in un potenziale coulombiano $-\frac{Ze}{r}$ ed è sottoposto ad un campo elettrico uniforme E nella direzione dell'asse z .
 - i) Quali sono le costanti del moto, per $E = 0$ e per $E \neq 0$?
 - ii) Sotto l'azione del campo E , l'elettrone può compiere transizioni dalla stato fondamentale a certi stati eccitati. Quali?
- 5) Determinare lo spettro di autovalori dell'hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{x}^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{y}^2 - k\hat{x}\hat{y}$$