

Concorso di ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica

COMPITO C

Versione italiana

Prova scritta di ammissione Ciclo XLII - 16/09/2026

Le figure sono schematiche e non in scala. Salvo diversa indicazione, usare unità SI.

Nota per i candidati: lasciare indicati tutti i passaggi effettuati.

Problema 1

Si consideri una particella di massa m soggetta al potenziale bidimensionale

$$V(x, y) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + \lambda xy,$$

con Hamiltoniana

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + \lambda xy.$$

Assumendo $|\lambda| < m\omega^2$ e introducendo un'opportuna trasformazione canonica:

- determinare le due frequenze dei modi normali $\omega_{\pm}$;
- ricavare lo spettro energetico esatto E_{n_+, n_-} .

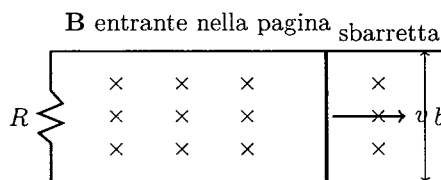
Problema 2

Una particella alfa di energia iniziale $E_0 = 5.0 \text{ MeV}$ attraversa uno strato sottile di silicio di spessore $5.0 \mu\text{m}$. Si assuma che lo potere frenante lineare rimanga costante durante l'attraversamento e valga $0.15 \text{ MeV}/\mu\text{m}$. Si trascurino le fluttuazioni della perdita di energia e le interazioni adroniche.

- Calcolare l'energia persa dalla particella nello strato di silicio.
- Calcolare l'energia della particella all'uscita dallo strato.
- Calcolare la percentuale dell'energia iniziale depositata nel silicio.
- Supponendo, solo come approssimazione, che il potere frenante rimanga costante fino all'arresto, stimare il range della particella nel silicio.

Problema 3

Due binari conduttori orizzontali, paralleli, rettilinei e privi di attrito sono distanti $b = 0.50 \text{ m}$ e immersi in un campo magnetico uniforme $\mathbf{B}$ di modulo $B = 1.0 \text{ T}$, diretto perpendicolarmente al piano dei binari e entrante nella pagina. Una sbarretta conduttrice di massa $m = 0.10 \text{ kg}$ e resistenza trascurabile può scorrere sui binari rimanendo perpendicolare ad essi. I binari sono chiusi a sinistra da una resistenza $R = 2.0 \Omega$; si trascurino autoinduttanza e ogni altra resistenza.



- Al tempo $t = 0$ la sbarretta viene lanciata verso destra con velocità $v_0 = 4.0 \text{ m/s}$ e poi lasciata libera. Determinare la f.e.m. indotta, la corrente e la forza magnetica in funzione di $v(t)$.
- Scrivere e risolvere l'equazione del moto, trovando $v(t)$ e il tempo caratteristico τ .
- Calcolare il modulo della carica totale Q che fluisce nel circuito tra $t = 0$ e $t \rightarrow \infty$, sia integrando $I(t)$ sia usando $|Q| = |\Delta\Phi|/R$. Commentare perché il risultato finale non dipende esplicitamente da R .
- Calcolare l'energia totale dissipata per effetto Joule tra $t = 0$ e $t \rightarrow \infty$ e verificare che coincide con l'energia cinetica iniziale della sbarretta.

Problema 4

Un muone ha vita media propria $\tau_0 = 2.2 \mu\text{s}$. Un fascio di muoni viene prodotto nell'alta atmosfera con velocità $v = 0.98c$ ($c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$).

- Determinare il fattore di Lorentz γ .
- Determinare la vita media osservata nel laboratorio.
- Determinare la distanza media percorsa prima del decadimento.
- Determinare la probabilità che un muone percorra almeno 5.0 km.
- Calcolare la distanza media che si otterrebbe ignorando la dilatazione temporale e confrontarla con il risultato relativistico.

Problema 5

Un tubo verticale di massa $M = 11.90 \text{ kg}$, sezione interna $A = 184 \text{ cm}^2$ e lunghezza $\ell = 196 \text{ cm}$ è chiuso all'estremità superiore e aperto a quella inferiore. Inizialmente contiene aria alla pressione atmosferica $P_0 = 1.000 \text{ bar}$, che occupa l'intero volume $A\ell$. Il tubo viene posto verticalmente con l'estremità aperta verso il basso sulla superficie dell'acqua ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) e lasciato immergere fino all'equilibrio, rimanendo verticale. Si assuma che il processo sia sufficientemente lento da poter trattare la compressione dell'aria come isoterma; si trascurino tensione superficiale e spessore delle pareti. Usare $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. In condizioni di equilibrio determinare:

- la pressione P dell'aria intrappolata;
- la differenza di livello d tra la superficie dell'acqua all'esterno e l'interfaccia acqua-aria all'interno del tubo;
- la lunghezza b della parte di tubo che rimane emersa dall'acqua.