

Concorso di ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica

COMPITO B

Versione italiana

Prova scritta di ammissione Ciclo XLII - 16/09/2026

Le figure sono schematiche e non in scala. Salvo diversa indicazione, usare unità SI.

Nota per i candidati: lasciare indicati tutti i passaggi effettuati.

Problema 1

Si consideri una particella di spin $1/2$ soggetta a un campo magnetico uniforme

$$\mathbf{B} = B (\sin \theta \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}}),$$

cosicché l'Hamiltoniana di spin è

$$H = -\frac{\hbar\omega}{2} (\sin \theta \sigma_x + \cos \theta \sigma_z), \quad \omega > 0.$$

- a) Determinare gli autovalori e gli autostati di H .
- b) Calcolare l'operatore di evoluzione temporale $U(t) = \exp(-iHt/\hbar)$.

Problema 2

Un fotone gamma di energia $E_\gamma = 1.33 \text{ MeV}$ interagisce in un rivelatore e subisce scattering Compton su un elettrone inizialmente libero e a riposo. Usare $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$.

1. Per un angolo di diffusione del fotone $\vartheta = 60^\circ$, calcolare l'energia del fotone diffuso.
2. Calcolare l'energia cinetica acquistata dall'elettrone di rinculo.
3. Supponendo che l'elettrone di rinculo depositi completamente la propria energia nel rivelatore, quale energia viene registrata se il fotone diffuso esce dal volume sensibile senza ulteriori interazioni?
4. Quale energia viene registrata se, invece, il fotone diffuso viene successivamente assorbito completamente nello stesso rivelatore?
5. Determinare l'energia massima trasferibile all'elettrone in un singolo scattering Compton e quindi la posizione del Compton edge.
6. Stabilire se, a 1.33 MeV , la produzione di coppie è energeticamente possibile.

Problema 3

Un protone di carica $q = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e massa $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ entra con velocità $v_0 = 1.00 \times 10^5 \text{ m/s}$ all'interno di un solenoide lungo, muovendosi perpendicolarmente al suo asse. Il solenoide ha lunghezza $\ell = 0.40 \text{ m}$, è costituito da $N = 2000$ spire ed è percorso da una corrente costante $I = 2.0 \text{ A}$. Si assuma che il solenoide sia sufficientemente lungo e abbia dimensioni trasversali tali che l'intera traiettoria del protone rimanga nella regione in cui il campo magnetico può essere considerato uniforme. Usare $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$.

- a) Calcolare, mediante la legge di Ampère, il campo magnetico B all'interno del solenoide.
- b) Descrivere il moto del protone e determinare il raggio della traiettoria.
- c) Calcolare il periodo di rivoluzione e mostrare esplicitamente che, nel regime non relativistico, esso non dipende da v_0 .
- d) Calcolare l'energia cinetica del protone e spiegare perché rimane costante.
- e) Si sovrapponga un campo elettrico uniforme $\mathbf{E}$, perpendicolare sia a $\mathbf{B}$ sia alla velocità iniziale e orientato in modo da opporsi alla forza magnetica. Determinare il modulo di E affinché il protone attraversi la regione senza deflessione.

Problema 4

Una mole di gas perfetto monoatomico si trova nello stato A con $T_A = 300 \text{ K}$ e $V_A = 10.0 \text{ L}$. Il gas compie le seguenti trasformazioni:

- $A \rightarrow B$: espansione isoterma reversibile fino a $V_B = 2V_A$;
- $B \rightarrow C$: raffreddamento isocoro reversibile fino a $T_C = 150 \text{ K}$.

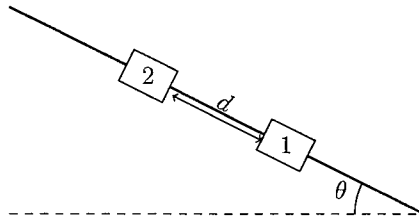
Determinare:

- il lavoro compiuto dal gas e il calore assorbito in $A \rightarrow B$;
- ΔS_{AB} ;
- ΔS_{BC} ;
- la variazione totale di entropia del gas se una terza trasformazione reversibile riporta il sistema da C ad A ;
- perché $\Delta S_{\text{ciclo}} = 0$ per il gas non implica, in generale, $\Delta S_{\text{universo}} = 0$.

Usare $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ e $C_V = 3R/2$.

Problema 5

Lungo un piano inclinato di un angolo $\theta = 40^\circ$ vengono lasciati scendere due cubi di uguale massa $m = 1.70 \text{ kg}$. Per ciascun cubo si assumano uguali il coefficiente di attrito statico e quello dinamico: $\mu_1 = 0.50$ per il cubo 1, inizialmente a valle, e $\mu_2 = 0.25$ per il cubo 2, inizialmente a monte. I cubi sono inizialmente fermi e distanti $d = 1.05 \text{ m}$ lungo il piano; vengono liberati simultaneamente a $t = 0$ e, quando collidono, rimangono attaccati. Durante il breve intervallo di collisione si trascuri l'impulso delle forze esterne lungo il piano. Usare $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.



Determinare:

- l'istante t_c in cui avviene l'urto;
- la velocità comune immediatamente dopo l'urto;
- l'accelerazione del sistema dei due cubi attaccati dopo l'urto;
- la forza di contatto che il cubo 2 esercita sul cubo 1 mentre scendono rimanendo a contatto.

Re

forlun

th

A

P. Gili